

SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO, ATRAVÉS DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

LIMA, Claudia Fernandes (Engenharia Civil / UniBrasil)
GUTH, Flávia Roberta de Souza (Engenharia Civil / UniBrasil)
RAMOS, Hagatha Cristy (Engenharia Civil / UniBrasil)

É comum o questionamento de estudantes de todos os níveis sobre a aplicação da matemática em várias áreas. Muitas vezes isto parece distante da realidade, não conseguimos identificar de maneira clara a aplicação de certos conteúdos matemáticos nas problemas cotidianos. Neste artigo, tentamos demonstrar o uso do cálculo diferencial e integral para resolver um problema de otimização onde queremos determinar as dimensões de uma piscina com formato quadrangular e capacidade de 108m^3 de água, de modo que o consumo de material utilizado para executar seu revestimento interno seja mínimo. Solução:

Vamos denominar “a” as dimensões da base quadrangular e “y” a altura (profundidade) da piscina.

O Volume é dado pela área da base multiplicado pela altura.

$$V = (a \times a) \times Y$$

$$V = a^2 \times Y$$

Como sabemos o volume da piscina, temos

$$a^2 \times Y = 108, \text{ isolando-se } y, \text{ temos:}$$

$$Y = 108 / a^2 \quad (1)$$

A área da base quadrangular é a^2 e a área da cada lateral é ay , como são quatro laterais a área total das laterais é $4ay$.

A área total do revestimento da piscina, obtem-se somando a área da base com a área das laterais:

$$A = a^2 + 4ay \quad (2)$$

Substituindo o valor de y (1) na fórmula da área (2):

$$A = a^2 + 4 \cdot a \cdot 108 / a^2$$

$$A = a^2 + 432 a / a^2$$

$$A = 432 + a^3 / a$$

Para se obter o valor mínimo é preciso derivar a área e igualar a zero:

$$A' = 3 a^2 (a) - 1 (432 + a^3) / a^2$$

$$A' = 3 a^3 - 432 - a^3 / a^2, \text{ igualando a zero:}$$

$$2 a^3 - 432 / a^2 = 0$$

$$2 a^3 - 432 = 0$$

$$a^3 = 216$$

$$a = 6$$

Voltando para calcular y (1)

$$Y = 108 / a^2$$

$$Y = 108 / 6^2$$

$$Y = 3$$

Portanto as dimensões para que se tenha um mínimo gasto em material para revestir uma piscina de base quadrangular com volume de 108m^3 de água são 4m de lado e 2m de profundidade. Com este exemplo prático percebemos a aplicação do cálculo diferencial e integral para solucionar um problema cotidiano, e concluímos que essa ferramenta matemática tem grande importância na área da Engenharia Civil.