

PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO (OU PROBLEMAS DE MAXIMIZAÇÃO E MINIMIZAÇÃO)

SANTOS, Keize Daiane (Eng. Produção, UNIBRASIL)
MARCELOS, Wevyllyn Rafaela (Eng. Produção, UNIBRASIL)

Problemas de otimização, na sua forma geral, têm como objetivo maximizar ou minimizar uma função definida sobre um determinado domínio. O exemplo a ser aplicado é o conceito de máximos e mínimos e otimização dos resultados na montagem de uma caixa. Na solução de problemas práticos, o maior desafio está em converter o problema em um problema de otimização matemático estabelecendo uma função que deve ser maximizada ou minimizada. Indicaremos alguns máximos e mínimos para que possamos adaptá-los para esta situação. O primeiro passo para solucionar este problema é escrever precisamente qual a função a ser analisada. Com a função bem definida, devemos identificar um intervalo apropriado e então proceder a rotina matemática aplicando definições de máximos e mínimos (fazendo a derivada da primeira para achar os pontos críticos e a derivada da segunda para achar se é ponto de máximo ou de mínimo). Abaixo descreveremos um exemplo onde se aplica este problema. Deve-se construir uma caixa de base retangular, com uma folha de cartolina de 40 cm de largura e 52 cm de comprimento, retirando-se um quadrado da cada canto da cartolina e dobrando-se perpendicularmente os lados resultantes. Determine o tamanho do lado do quadrado que permite construir uma caixa de volume máximo. A solução do problema é resolvida da seguinte forma: Dobrando-se a cartolina ao longo das linhas tracejadas de uma caixa, a base da mesma obtida terá dimensões $52 - 2x$ e $40 - 2x$. A quantidade a ser maximizada é o volume V como função de x . $V = \text{Comprimento} \times \text{altura} \times \text{largura}$. $V(x) = x(40-2x)(52-2x) = 4x^3 - 184x^2 + 2080x$. Para achar os números críticos da função, diferenciamos a função V . $V'(x) = 12x^2 - 368x + 2080$. Fazendo $V'(x) = 0$ obtemos as raízes aproximadamente 23,19 e 7,47, que são os números críticos. Fazemos a segunda derivada, $V''(x) = 24x - 368$. Para o número crítico 23,19 teremos $V''(x) = 24.(23,19) - 368 = 188,56 > 0$, então esse ponto é o valor de mínimo local da função. Para o número 7,47 teremos $V''(x) = 24.(7,47) - 368 = -188,72 < 0$, então esse é o valor máximo local. Assim, temos que devem ser dobrados 7,47 cm de cada lado para obtermos a capacidade máxima. Consequentemente deve-se cortar um quadrado de 7,47 cm de lado, de cada canto da folha de cartolina, para maximizar o volume da caixa.